29456

AL/2008/10-S-I

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි]
முழுப் பதிப்புரிமையுடையது]
All Rights Reserved]

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව
இலங்கைப் பரீட்சைத் திணைக்களம்
Department of Examinations, Sri Lanka

10 S I

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය, 2008 අගෝස්තු
கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர)ப் பரீட்சை, 2008 ஓகஸ்ற்
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination, August 2008

සංයුක්ත ගණිතය I இணைந்த கணிதம் I Combined Mathematics I	පැය තුනයි மூன்று மணித்தியாலம் Three hours

※ ප්‍රශ්න හයකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

1. (a) α හා β යනු $x^2+bx+c=0$ සමීකරණයේ මූල වේ; මෙහි $c\neq 0$ වේ. α^4 හා β^4 මූල වන වර්ගජ සමීකරණය, b හා c ඇසුරෙන් සොයන්න.

   ඒ නයින්, $\frac{\alpha^4}{\beta^4}+1$ හා $\frac{\beta^4}{\alpha^4}+1$ මූල වන වර්ගජ සමීකරණය, b හා c ඇසුරෙන් සොයන්න.

   (b) $f(x)$ බහුපදය $(x-\alpha)$ වලින් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය $f(\alpha)$ බව පෙන්වන්න.

   $f(x)$ බහුපදය $(x-\alpha)(x-\beta)$ වලින් බෙදූ විට ලැබෙන ශේෂය $Ax+B$ ආකාරය ගනියි; මෙහි $\alpha\neq\beta$ වේ. $\alpha, \beta, f(\alpha)$ සහ $f(\beta)$ ඇසුරෙන් A සහ B නියත ප්‍රකාශ කරන්න.

   ඒ නයින්, x^3+kx^2+k යන්න $(x-1)(x+2)$ න් බෙදූවිට ශේෂයේ නියත පදය අඩංගු **නොවන** ලෙස k නියතයේ අගය සොයන්න.

2. (a) ගැහැනු ළමයින් 7 දෙනකු සහ පිරිමි ළමයින් 8 දෙනකු අතුරෙන් විවාද කණ්ඩායමක් සැකසීම සඳහා සිසුන් 5 දෙනකු තෝරා ගැනීමට අවශ්‍යව ඇත.
   (i) කණ්ඩායම ගැහැනු ළමයින් දෙදෙනකුගෙන් සහ පිරිමි ළමයින් තිදෙනකුගෙන් සමන්විත විය යුතු නම්,
   (ii) කණ්ඩායම වැඩි තරමින් පිරිමි ළමයින් තිදෙනකුගෙන් සමන්විත විය යුතු නම්,
   (iii) එක්තරා පිරිමි ළමයකු සහ එක්තරා ගැහැනු ළමයකු එකම කණ්ඩායමට තෝරා ගත නොහැකි නම්,

   තෝරා ගත හැකි කණ්ඩායම් සංඛ්‍යාව සොයන්න.

   (b) $(1+x)^n$ හි ප්‍රසාරණයෙහි අනුගාමී සංගුණක තුනක් 45, 120 සහ 210 වේ; මෙහි n යනු ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාවකි. n හි අගය සොයන්න.

   (c) $(1+x)^n$ හි ප්‍රසාරණයෙහි අනුගාමී සංගුණක තුනක් ගුණෝත්තර ශ්‍රේඪියක පිහිටිය හැකි ද? මෙහි n යනු ධන පූර්ණ සංඛ්‍යාවකි. ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

3. (a) ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය උපයෝගී කර ගනිමින්, ධන නිඛිලමය n සඳහා $5^{n+1}-2^{n+1}-3^{n+1}$ යන්න 6 න් බෙදිය හැකි බව සාධනය කරන්න.

   (b) (i) $\sum_{r=1}^{n} {}^{n}C_r$ සොයා, ධන නිඛිලමය n සඳහා $\frac{2^n}{n} > \frac{(n-1)}{2}$ බව අපෝහනය කරන්න.

   (ii) අපරිමිත ශ්‍රේණියක r වැනි පදය U_r යන්න $\frac{2^{r-1}r}{(r+1)(r+2)}$ මගින් දෙනු ලැබේ.

   $U_r=f(r)-f(r-1)$ වන පරිදි $f(r)$ සොයන්න.

   ඒ නයින්, $\sum_{r=1}^{n} U_r = S_n$ සොයන්න.

   $\mathbb{R}$ තුළ $\lim_{n\to\infty} S_n$ පවතී ද? ඔබේ පිළිතුර සනාථ කරන්න.

[දෙවැනි පිටුව බලන්න.

www.pastpaperlk.com

4. $z^3 - 1$ සාධකවලට බිඳීමෙන් $z^3 - 1 = 0$ සමීකරණය විසඳන්න.

ඉහත සමීකරණයෙහි එක් සංකීර්ණ මූලයක් ω නම්, අනෙක ω^2 බව පෙන්වන්න.

$r = 1, 2, 3$ සඳහා $\text{Re}\left(\frac{1}{1+\omega^r}\right) = \frac{1}{2}$ බව පෙන්වා, ප්‍රතිඵලය ජ්‍යාමිතිකව විවරණය කරන්න.

z_1, z_2 සහ z_3 යනු $z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 - z_1z_2 - z_2z_3 - z_3z_1 = 0$ සම්බන්ධය තෘප්ත කරන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා තුනකි.

z_1 යන්න $z_1 = -\omega z_2 - \omega^2 z_3$ හෝ $z_1 = -\omega^2 z_2 - \omega z_3$ ලෙස ප්‍රකාශ කළ හැකි බව පෙන්වන්න.

z_1, z_2 සහ z_3 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා තුන සමපාද ත්‍රිකෝණයක ශීර්ෂ නිරූපණය කරන බව අපෝහනය කරන්න.

5. (a) ප්‍රමූලධර්ම භාවිතයෙන් $f(x) = \tan x$ ශ්‍රිතයෙහි x විෂයයෙන් ව්‍යුත්පන්නය සොයන්න.

$0 < x < 1$ විට $\tan\left(\sin^{-1} x\right)$, x විෂයයෙන් අවකලනය කරන්න.

(b) y යනු u හි අවකල්‍ය ශ්‍රිතයක් සහ $-\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2}$ විට $u = \ln(\cos x)$ නම්,

$$\sin^3 x \frac{d^2y}{du^2} = \sin x \cos^2 x \frac{d^2y}{dx^2} - \cos x \frac{dy}{dx}$$ බව පෙන්වන්න.

(c) C යනු $x = \frac{a}{2}\left(t + \frac{1}{t}\right)$ සහ $y = a\left(t - \frac{1}{t}\right)$ මගින් පරාමිතිකව දෙනු ලබන වක්‍රය යැයි ගනිමු; මෙහි a යනු නිශ්ශුන්‍ය නියතයක් ද, t යනු නිශ්ශුන්‍ය පරාමිතියක් ද වේ. C වක්‍රයට t_0 පරාමිතික අගය ඇති ලක්ෂ්‍යයෙහි දී වූ අභිලම්බයෙහි සමීකරණය සොයන්න.

$(-13a, 0)$ ලක්ෂ්‍යයේ සිට C වක්‍රයට අභිලම්බ හතරක් ඇඳිය හැකි බව පෙන්වා, අභිලම්බ හතරෙහි අඩිවල පරාමිතික අගයන් සොයන්න.

6. (a) භින්න භාග උපයෝගී කර ගනිමින්, $\int \frac{dx}{\left(x^2 - a^2\right)^2}$ සොයන්න; මෙහි $a \neq 0$ වේ.

(b) (i) $\frac{d}{dx}\left(\frac{2^x}{\ln 2}\right) = 2^x$ බව පෙන්වන්න.

(ii) $\int 2^x \, dx$ සොයන්න.

(iii) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන්, $\int_{-1}^{1} 2^{\sqrt{x+1}} \, dx$ අගයන්න.

7. (a) $y = m_1x + c_1$ හා $y = m_2x + c_2$ මගින් දෙනු ලබන සරල රේඛා අතර කෝණ සමච්ඡේදක වන l_1 හි හා l_2 හි සමීකරණ ලබාගන්න; මෙහි $m_1 \neq m_2$ වේ.

ඒ නයින්, l_1 හා l_2 ලම්බ බව සත්‍යාපනය කරන්න.

(b) ABC යනු x-අක්ෂයේ ධන දිශාව ඔස්සේ BC ආධාරකය චලනය වන පරිදි ද, $AB = AC$ ද, A ශීර්ෂය x-අක්ෂයට ඉහළින් ද වූ ත්‍රිකෝණයක් යැයි ගනිමු. ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය වර්ග ඒකක 9 ක් ද, BC පාදයේ දිග ඒකක 6 ක් ද වේ. $B \equiv (b, 0)$ යැයි ද ගනිමු.

(i) AB සහ AC පාදවල සමීකරණ සොයන්න.

(ii) ඉහත (a) හි ලබාගත් කෝණ සමච්ඡේදකවල සමීකරණ භාවිතයෙන්, ABC ත්‍රිකෝණයේ B සහ C කෝණවල අභ්‍යන්තර සමච්ඡේදකවල සමීකරණ සොයන්න.

ඒ නයින්, $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right)$ හි අගය සොයන්න.

(iii) ABC ත්‍රිකෝණයේ කෝණවල අභ්‍යන්තර සමච්ඡේදක තුන එක් ලක්ෂ්‍යයකදී හමුවන බව සත්‍යාපනය කර, එම ලක්ෂ්‍යයේ පථය නිර්ණය කරන්න.

www.pastpaperlk.com

8. (*a*) $S \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ සහ $S' \equiv x^2 + y^2 + 2g'x + 2f'y + c' = 0$ යැයි ගනිමු.

$S = 0$ යනු අචල ලක්ෂ්‍යයක් හරහා යන විචල්‍ය වෘත්තයක් ද, $S' = 0$ යනු අචල වෘත්තයක් ද වේ.

$S = 0$ වෘත්තය, $S' = 0$ වෘත්තය විෂ්කම්භයක ප්‍රතිවිරුද්ධ අන්තවලදී කපයි. $S = 0$ හි කේන්ද්‍රය අචල සරල රේඛාවක් මත පිහිටන බව පෙන්වන්න.

(*b*) A සහ B යනු පිළිවෙළින් (x_1, y_1) සහ (x_2, y_2) යන ප්‍රභින්න ලක්ෂ්‍ය දෙක වේ. AB විෂ්කම්භයක් ලෙස ඇති වෘත්තයෙහි සමීකරණය සොයන්න.

CD යනු AB ට ලම්බ විෂ්කම්භය වේ. C සහ D හි ඛණ්ඩාංක $\left(\frac{1}{2}(x_1 + x_2) + \lambda,\ \frac{1}{2}(y_1 + y_2) + \mu\right)$ සහ $\left(\frac{1}{2}(x_1 + x_2) - \lambda,\ \frac{1}{2}(y_1 + y_2) - \mu\right)$ ආකාරය ගන්නා බව පෙන්වන්න; මෙහි λ සහ μ නිර්ණය කළ යුතු වේ.

9. (*a*) **සයින් නීතිය** ප්‍රකාශ කර, සාධනය කරන්න.

P යනු $P\hat{A}B = P\hat{B}C = P\hat{C}A = \phi$ වන අයුරින් ABC ත්‍රිකෝණය ඇතුළත වූ ලක්ෂ්‍යයකි. සුපුරුදු අංකනයෙන්

$$\frac{bc}{a}(\cot\phi - \cot A) = \frac{ac}{b}(\cot\phi - \cot B) = \frac{ab}{c}(\cot\phi - \cot C)$$ බව සාධනය කරන්න.

(*b*) x, y හා z යනු $x + y + z = \pi$, $\cos x + \cos y = 1$ සහ $t = \sin x + \sin y$ වන පරිදි වූ සෘණ නොවන තාත්වික සංඛ්‍යා තුනක් යැයි ගනිමු.

(i) $\tan^{-1}(t) = \dfrac{x+y}{2}$,

(ii) $0 \le t \le \sqrt{3}$

බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, t එහි උපරිම අගය ගන්නා විට x, y හා z හි අගයන් සොයන්න.

* * *

www.pastpaperlk.com